

UDC 681.335.2.089.52

ディザ信号を用いたA-D変換器の
分解能改善に関する一考察

飯倉 善和 清水 浩

飯倉善和, 清水 浩: 正員 国立公害研究所

Statistical Consideration on Practical Use of Dizer Signal in Analog-to-Digital Converter. By Yoshikazu IKURA and Hiroshi SHIMIZU, Regular Members (National Institute for Environmental Studies, Ibaraki-ken, 300-21 Japan).

論文番号: 昭54-592[A-157]

あらまし ディザ信号を用いてA-D変換器の分解能を改善しようとする場合に生ずる問題点を指摘し, その解決方法を検討する.

1. まえがき

A-D変換器による丸め誤差を補償する方法の一つに, 入力信号にディザ(雑音)信号を重畳させる方法がある⁽¹⁾. ディザ信号としては $\pm q/2$ (q は量子化の単位), またはそれ以上のランダムな信号が用いられる. しかし, A-D変換器のレンジに制限があることやA-D変換器自身の統計的な

特性のため、必ずしもこの方式によって A-D 変換器の精度が向上するとは限らない。特に、低レベルの信号において、これらの影響が大きいと思われる。

本論文では、アナログ信号にランダム信号が重畳された場合の丸め誤差の統計的性質を調べることに、この種の問題の解決方法を検討する。

2. 量子化信号の統計的性質

入力信号 x_0 にランダムな信号 ϵ が重畳されたものを x とおく。

$$x = x_0 + \epsilon \tag{1}$$

アナログ信号 x を量子化した値は図 1 に示すような有限な階段関数を $z(x)$ で与えられるものとする。更に、ランダム信号の確率密度関数を $P(\epsilon)$ とし、それが原点に関して対称であると仮定する。このとき、入力信号が x_0 の場合の量子化信号 z の平均値 m_N と分散 V_N の期待値は、次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} m_N(x_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} z(x)P(x-x_0)dx \\ &= \sum_{k=1}^N k \int_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} P(x-x_0)dx + N \int_{N+\frac{1}{2}}^{\infty} P(x-x_0)dx \\ &= \sum_{k=1}^N F\left(x_0 + \frac{1}{2} - k\right) \tag{2} \\ V_N(x_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \{z(x) - m_N(x_0)\}^2 P(x-x_0)dx \\ &= \sum_{k=1}^N k^2 \int_{k-\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} P(x-x_0)dx \\ &\quad + N^2 \int_{N+\frac{1}{2}}^{\infty} P(x-x_0)dx - \{m_N(x_0)\}^2 \\ &= \sum_{k=1}^N (2k-1)F\left(x_0 + \frac{1}{2} - k\right) \{m_N(x_0)\}^2 \tag{3} \end{aligned}$$

但し、 $F(x)$ はランダム信号の確率分布関数である。

入力信号に重畳するランダム信号が互いに独立な場合、A-D 変換を繰り返し行うことにより、量子化信号の加算平均値 $(z_1 + \dots + z_n)/M$ は $m_N(x_0)$ に収束していく。特に、ランダム信号が $\pm 1/2$ の範囲で一様分布するものであれば、式(2)により $m_N(x_0)$ は入力信号 x_0 に一致する。しかし、現実には A-D 変換器の統計的性質なども雑音としてランダム信号 ϵ に加わるため、 $m_N(x_0)$ が入力信号に一致するとは限らない。図 2, 3 にランダム信号が正規分布 $N(0, \sigma^2)$ する場合の平均値 $m_N(x_0)$ と標準偏差 $\sqrt{V_N(x_0)}$ の数値計算例を示した。

図 2 より明らかなようにランダム信号の分布が狭い場合 ($\sigma = 0.3$) には、加算平均を行っても丸め誤差の影響がかなり残る。一方、分布が広がっている場合 ($\sigma = 0.6$) には、中心付近の x_0 への一致度は高くなるが、周辺部におけるひずみは大きくなっている。

ところで A-D 変換を M 回繰り返す場合の入力信号 x_0 加算平均値 \bar{z} との 2 乗誤差の期待値は次の式で与えられる。

$$\delta^2(x_0) = \{m_N(x_0) - x_0\}^2 + V_N(x_0)/M \tag{4}$$

式(4)の第 2 項は、平均値 \bar{z} のばらつきを示すものであり、A-D 変換の回数を増すことによって小さくなるが、第 1 項

は一定である。

3. 分解能改善の方法

前章において、ランダムな信号を入力信号に重畳させても、量子化信号の加算平均の期待値が必ずしも入力信号に一致しないことを示した。特に、ダイナミックレンジの拡大という観点からみると、低レベルの信号においてひずみが大きくなることは問題である。

ところで、ランダム信号の分布が分かれば、式(2)を用いて $m_N(x_0)$ を計算することができる。 $m_N(x_0)$ を用いれば、量子化信号の加算平均値から入力信号を逆推定することにより、式(4)の第 1 項で示される誤差を除くことができよう。しかし、ここで注意しなければならないことは、逆推定を行った場合の誤差の評価である。式(4)の第 2 項で表される加算平均値 \bar{z} のばらつきが入力信号の推定値に与える誤差は、 $m(x_0)$ の傾きに逆比例する。従って、加算平均値のばらつきの標準偏差を $\gamma (= \sqrt{V/M})$ とした場合の推定値のばらつきの標準偏差

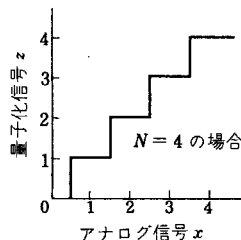


図 1 量子化特性
Fig.1 - Characteristic of quantization.

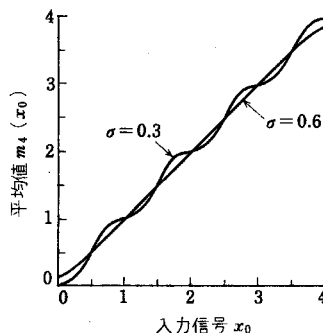


図 2 量子化信号の平均値 (N=4 の場合)
Fig.2 - Average of quantized signal.

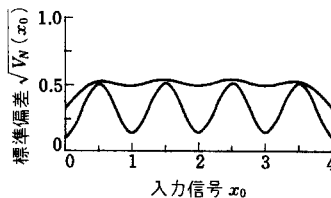


図 3 加算平均値の標準偏差 (N=4 の場合)
Fig.3 - Standard deviation of average value.

$B_N(x_0)$ は、次の式で近似できよう。

$$B_N(x_0) \approx \gamma \frac{dm_N}{dx_0} \quad (5)$$

重畳させるディザ-信号の分布および A-D 変換器の特性が分かれば、上で示した方法を用いて A-D 変換器の分解能を改善することができる。しかし、これらの統計的性質を正確に推定することは難しい場合も多い。更に、未知の雑音が入力信号に加わるようなことも考えられる。このような状況で A-D 変換器の分解能を改善するためには、加算平均値 $m_N(x_0)$ と入力信号 x_0 の一致度の高い範囲で量子化を行うように、入力信号のレベルを調整するやり方が有効であると思われる。すなわち、入力信号に対して、一定の信号を加えておけば低レベルの範囲におけるひずみを回避できる。

$$x = x_0 + \varepsilon + C \quad (6)$$

式(4)の第 1 項の影響を除けば、A-D 変換の繰返回数を増すことにより分解能は向上する。従って、この方法を用いれば高レベルの信号がある程度犠牲になるとしても、全体としてのダイナミックレンジは拡大する。

4. むすび

入力信号に重畳するディザ-信号および A-D 変換器の特性などの統計的性質が既知の場合と未知の場合に応じた、A-D 変換器の分解能改善の方法を示した。

本論文を用いれば量子化信号の加算平均により、量子化レベル以下の微少な変動をもとらえることが可能であり、各種計測への A-D コンバータの応用範囲が拡大する。

文 献

- (1) 寺尾満：“測定論”，p.120，岩波書店（昭50）。
（昭和54年4月23日受付，8月6日再受付）